Schulinterner Lehrplan Mathematik für die E-Phase (1. + 2. Semester)

überarbeitete Fassung vom 9.6.2016 (Beschluss der FaKo, 1. Fassung war 21.8.2014)

gültig für das 1./2. Semester ab dem WS 2014/15

Schule ohne Rassismus
Schule mit Courage

Prämissen

1) Da der Kernlehrplan erst kurz vor dem ersten Schultag veröffentlicht wurde, kann dies nur ein erster Entwurf eines schulinternen Lehrplans (SILP) sein, der in der Praxis ausprobiert und im kommenden Jahr aufgrund der Ergebnisse überprüft werden muss. Die Fachlehrkräfte müssen also verstärkt auf eigenverantwortlich didaktische Entscheidungen fällen.
2) Wir gehen von dem durch das Qualis erarbeiteten Beispiels für einen SILP aus und passen diesen an unsere Bedürfnisse an. Dazu ergänzen wir insbesondere, welche Rechentechniken wiederholt beziehungsweise eingeführt werden müssen, die der KLP oft schon realitätswidrig voraussetzt, und an welchen Stellen welche Techniken im Umgang mit dem GTR eingeübt werden sollen.
3) Das Beispiel für einen SILP des Qualis führt in der Langfassung (S. 5–16) sehr detailliert zu entwickelnde Kompetenzen und vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen aus. Diese können im ersten Schritt noch nicht überarbeitet werden. Sie liegen unserem SILP deshalb als Anhang in der ursprünglichen Fassung bei. Hier müssen die Fachlehrer/innen gegebenenfalls eigenverantwortlich überprüfen, ob die Abfolge der Kompetenzen und die Details der Absprachen und Empfehlungen gegebenenfalls unseren Bedingungen angepasst werden müssen. Eine gründliche Überarbeitung kann dann auf Basis der Erfahrungen in einem Jahr stattfinden.
4) „Im Unterschied zu den verbindlich zu erreichenden Kompetenzerwartungen am Ende der Qualifikationsphase haben daher die Kompetenzerwartungen am Ende der Einführungsphase orientierungsstiftenden Charakter.“ (KLP, S. 23)
5) Stundenzahlen: Der Entwurf des Qualis geht von einem dreistündigen Matheunterricht aus, in dem ca. 100 Unterrichtsstunden zur Verfügung stehen, von denen 78 genutzt werden (linke Stundenspalte). Uns stehen in vierstündigen Kursen ca. 133 Unterrichtsstunden zur Verfügung, von denen wir 106 verteilen (Zusätze mittlere Stundenspalte), sodass noch ein Puffer bleibt, den die Fachlehrkräfte für zusätzliche Wiederholung, Übung und Vertiefung nutzen können.
6) Konkrete Empfehlungen für die zusätzliche Förderung in Profilklassen können erst im kommenden Jahr aufgrund der bis dahin gemachten Erfahrungen erarbeitet werden.
7) Bei den digitalen Werkzeugen legen wir den Schwerpunkt auf die Nutzung des GTR. Zusätzlich muss auch an geeigneten Stellen sowie vor der Einführung des GTR nach Weihnachten mathematische Software genutzt werden, wobei hier GeoGebra bevorzugt genutzt werden soll und mindestens einmal genutzt werden muss, damit die Studierenden die grundlegende Bedienung kennenlernen.

Lesehilfe:

– Die Buchstabencodes der Rubrik Themen (E-S1, E-S2, E-A1, …) entsprechen dem Vorschlag des Qualis und dienen nur dem einfachen Auffinden der Themen dort.
– Die Stundenangaben sind keine Vorgaben, sondern als Orientierungshilfe für die Planung gedacht. Es steht zusätzliche Zeit zur Verfügung (siehe oben).

Unterrichtsvorhaben	**Thema**	**Gegenstände**	**Rechentechniken, die im KLP nicht explizit ausgewiesen sind**	**digitale Werkzeuge**	**Stunden**
Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen	E-S1	– Zufallsexperimente deuten und simulieren (relative Häufigkeit – Wahrscheinlichkeit als Bruch, Prozentzahl, Dezimalbruch) – Urnenmodell – mehrstufige Zufallsexperimente und Pfadregel	– kurz wiederholen: elementares Bruchrechnen und Prozent; Variablen	eventuell: Erzeugung von Zufallszahlen mit Computer	13
Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten	E-S2	– Baumdiagramm und Vier- oder Mehrfeldtafeln – bedingte Wahrscheinlichkeiten – stochastische Unabhängigkeiten – Anwendungen z. B. Doping-Test, Diagnosetest Krankheit		eventuell: Erzeugung von Zufallszahlen mit Computer	6
Herbstferien	→	Danach Einführung GTR			
Der Begriff der Funktion – Graphen lesen und interpretieren [lineare und quadratische Funktionen]	E-A1	– lineare und quadratische Funktionen – Eigenschaften (Achsenabschnitt, Steigungsverhalten) – Parameter der Funktionsgleichung im Anwendungszusammenhang interpretieren	– Rechnen mit Variablen und Termumformungen – lineare Gleichungen – quadratische Gleichungen, p-q-Formel	– GeoGebra Einführung GTR: – Bedienung – Rechnen mit Zahlen (Run-Matrix) – Funktionenplotter (Graph)	21
Lineare Gleichungssysteme und ihre Einsatzmöglichkeiten	E-G1 a	– Untersuchung geometrischer Sachverhalte mit linearen Funktionen (Geometrie mit Geraden?) – lineare Gleichungssysteme mit 2 Gleichungen und 2 Unbekannte	– optional: grundlegende Geometrie (Pythagoras, Flächeninhalt Rechteck und rechtwinklige Dreiecke)	GeoGebra	6
Beschreibung von Funktionseigenschaften und deren Nutzung im Kontext [Potenzfunktion, Wurzelfunktionen]	E-A2	– Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, einfache quadrat. u. kubische Wurzelfunktionen – Eigenschaften beschreiben – einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) und Deutung zugehöriger Parameter – Am Graph oder Funktionsterm ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen innermathematischer Kontexte	– einfaches Rechnen mit Potenzen und Wurzeln – Bestimmung von Achsenschnittpunkten?	GTR: – nutzen und üben – eventuell: SolveN – Lösen von Gleichungen (Run-Matrix) – eventuell GeoGebra	13

Mathematische Vorgehensweisen und Strukturen am Beispiel linearer und exponentieller Wachstumsprozesse Exponentialfunktionen]	E-A3	– lineare und Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstumsprozessen – am Graphen oder Term ablesbare Eigenschaften als Argumente zum Lösen von innermathematischen Kontexten und Anwendungen	– notwendige Rechentechniken		12
Ganzrationale Funktionen analysieren – Graphen in Anwendungskontexten interpretieren	E-A5	– ganzrationale Funktionen – Eigenschaften beschreiben (Achsenabschnitte, Steigungs- und Krümmungsverlauf, Extrem und Wendepunkte (anschaulich)) – einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) und Deutung zugehöriger Parameter	– Ausklammern zum Lösen einfacher Polynomgleichungen von Hand, wie $2x^3 – 6x^2 + 4x = 0$ *Polynomdivision wird im KLP auch später nicht verlangt! Substitution erst in Q-Phase.*	– GTR: SolveN – Lösen von Gleichungen (Run-Matrix) – eventuell zusätzlich GeoGebra	9
Lineare Gleichungssysteme und ihre Einsatzmöglichkeiten	E-G1b	– lineare Gleichungssysteme mit 3 Gleichungen und 3 Unbekannten: Gauß-Algorithmus von Hand an einfach zu lösenden Gleichungssystemen, Matrix-Vektor-Schreibweise – eindeutige Lösungen im Anwendungskontext deuten		GTR: Lösungen von linearen Gleichungssystemen (Gleichung → F2)	8
Modellierung und Untersuchung quadratischer Funktionen in Anwendungskontexten	E-A4	– Parameter von linearen und quadratischen Gleichungen im Anwendungszusammenhang interpretieren und bestimmen durch Variation von Parametern – einfache Steckbriefaufgaben – am Graph oder Term ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von innermathematischen Kontexten und Anwendungskontexten verwenden		GTR: Lösungen von linearen Gleichungssystemen (Gleichung → F2)	9
Von der durchschnittlichen Änderungsrate zur Ableitungsfunktion	E-A6	– durchschnittliche und lokale Änderungsraten und Übergang auf Grundlage eine propädeutischen Grenzwertbegriffes – Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten deuten – Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate / Tangentensteigung deuten – Funktionen grafisch ableiten		GTR: – Ableitung in Punkt berechnen (Run-Matrix); – Tangenten zeichnen (Graph) – eventuell schon Ableitungsfunktion zeichnen (Graph)	9

Anhang

Beispiel für einen SILP des Qualis, S. 5–16 (siehe Prämissen)

Einführungsphase Stochastik (S)

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente
• simulieren Zufallsexperimente
• verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen
• beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren
Die Studierenden
• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)

Werkzeuge nutzen
Die Studierenden
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum …Generieren von Zufallszahlen</td><td>Als Einstieg in den Mathematikunterricht greift dieses Unterrichtsvorhaben wesentliche Grundvorstellungen aus dem Alltag und der Sekundarstufe I vertiefend auf.
Ausgehend von einem Würfelspiel wird der Wahrscheinlichkeitsbegriff wiederholt und systematisiert. Der Zusammenhang zwischen relativen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten kann dabei sowohl durch das Spiel als auch durch eine Simulation mit digitalen Hilfsmitteln thematisiert werden. Die Wahrscheinlichkeiten der Würfelergebnisse und anderer Laplace Experimente führen zu unterschiedlichen Darstellungsformen der Wahrscheinlichkeiten (Bruch, Prozentzahl, Dezimalbruch), mit denen Grundvorstellungen der Sekundarstufe I aufgegriffen werden können.
Im weiteren Verlauf werden verschiedene Alltagssituationen als Zufallsexperiment verstanden und interpretiert und so der Wahrscheinlichkeitsbegriff gefestigt.
Der Kontext der sensitiven Umfragen kann den Fokus auf einen Glücksspiel unabhängigen Kontext richten.
Wenn die Zeitplanung es erlaubt, können mit der Frage nach fairen Einsätzen bei verschiedenen Glücksspielen, als Vorgriff auf die Qualifikationsphase, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Erwartungswerte betrachtet werden.
Ausgehend von einem Urnenmodell im Kontext eines Glücksspiels werden mehrstufige Zufallsexperimente thematisiert und mit Hilfe von Baumdiagrammen dargestellt. Im Anschluss sollten mehrstufige Zufallsexperimente möglichst auch mit Glücksspiel unabhängigen Kontexten mit Baumdiagrammen vertieft werden.</td></tr>
</table>

Thema: *Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder Mehrfeldertafeln • bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit • bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Studierenden* • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Kommunizieren*** *Die Studierenden* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten […] *(Rezipieren)* • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*	Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte der Kontext des Doping-Tests dienen. Eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe). Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten zunächst parallel verwendet. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung. Daher wird bei Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln, die denselben Sachverhalt darstellen, verdeutlicht, an welchen Positionen bedingte Wahrscheinlichkeiten und an welchen Positionen Wahrscheinlichkeiten vom Typ $P(A \cap B)$ stehen. Die Studierenden sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden. Im Kontext eines Zufallsexperimentes mit stochastisch unabhängigen Teilvorgängen wird anschließend erkundet, wie sich diese Unabhängigkeit im Baumdiagramm bzw. der Vierfeldertafel ausdrückt. Anschließend werden Teilvorgänge anderer Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit überprüft.

Einführungsphase Funktionen und Analysis (A) (Teil 1)

Thema: *Der Begriff der Funktion – Graphen lesen und interpretieren (E-A1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • beschreiben Eigenschaften eines Funktionsgraphen unter Verwendung der Fachbegriffe (Achsenabschnitte, Steigungsverhalten • interpretieren Parameter von linearen und einfachen quadratischen Funktionen im Anwendungszusammenhang **Prozessbezogene Kompetenzen (<u>Schwerpunkte</u>):** ***Argumentieren*** *Die Studierenden* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten)*, • unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)*, • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) *(Begründen)*, • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)*. ***Kommunizieren*** *Die Studierenden* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren),* • formulieren eigenen Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)*. • nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerhaften Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung *(Diskutieren),* • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*.	An einfachen Beispielen soll ein Verständnis für einen funktionalen Zusammenhang und den Funktionsbegriff vermittelt werden. Unterschiedliche Darstellungen der Graphen werden selbstständig erstellt und verglichen. Beim Erkunden von Darstellungsmöglichkeiten spielen die digitalen Werkzeuge (Funktionenplotter, GTR) eine wichtige Rolle. Zu Achsenabschnitten wird anschaulich und werkzeuggestützt argumentiert. Das Steigungsverhalten wird anschaulich qualitativ, bei linearen Funktionen auch quantitativ betrachtet. Bei linearen und einfachen quadratischen Funktionen in Anwendungskontexten ist eine Zusammenarbeit mit dem Fach Physik möglich. Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt (solange in diesem Unterrichtsvorhaben erforderlich, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen. Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software bzw. des GTR gerichtet werden.

Thema: *Beschreibung von Funktionseigenschaften und deren Nutzung im Kontext (E-A2)*	
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • Beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und einfachen quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen, • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter, • Verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von innermathematischen Kontexten. **Prozessbezogene Kompetenzen (<u>Schwerpunkte</u>):** ***Problemlösen*** *Die Studierenden* • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Strukturieren)*, • erkennen Muster und Beziehungen *(Strukturieren)*, • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Verallgemeinern) *(Lösen)*, • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen *(Reflektieren),* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Studierenden* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum …zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle, • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen, • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge.	Die Eigenschaften (Achsenschnittpunkte, Globalverlauf, Symmetrieverhalten) verschiedener Funktionen werden anhand von Beispielgrafiken und mit Hilfe von digitalen Werkzeugen untersucht. Einzelne Eigenschaften (z.B. Achsenschnittpunkte) werden auch rechnerisch behandelt. Das Vorgehen soll deutlich machen, dass spätere Untersuchungen verschiedener Funktionsklassen einem vergleichbaren Schema unterliegen. Einfache Anwendungsbeispiele zu Flächen- und Volumenberechnungen motivieren die Betrachtung der einfachen quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen. Transformationen (Streckung, Verschiebung) werden durch gezieltes Variieren von Parametern im Funktionsterm erkundet und systematisiert. Die algebraische Berechnung der im Kontext markanten Punktkoordinaten wird deutlich systematisiert, dabei werden unterschiedliche Vorkenntnisse aufgegriffen, so dass eine algorithmische Sicherheit und ein tragfähiges Grundverständnis erworben werden können. Dabei sollen die Untersuchungen linearer Funktionen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden können. Zu den algebraischen Rechentechniken vgl. Bemerkung in E-A1.

Thema:	*Mathematische Vorgehensweisen und Strukturen am Beispiel linearer und exponentieller Wachstumsprozesse (E-A3)*
Zu entwickelnde Kompetenzen	**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von innermathematischen Kontexten und Anwendungskontexten. **Prozessbezogene Kompetenzen (<u>Schwerpunkte</u>):** ***Modellieren*** *Die Studierenden* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)*. • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*. • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*. ***Kommunizieren*** *Die Studierenden* • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)*. • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)*. • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*. ***Werkzeuge nutzen*** *Die Studierenden* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle	An einfachen Beispielen soll die strukturierte Untersuchung von Funktionen vermittelt werden. Hier bieten sich lineares und exponentielles Wachstum als Funktionstypen an, da diese mit wenigen Merkmalen zu beschreiben, deutlich voneinander abzugrenzen und mit einfachen Methoden zu untersuchen sind. Ausgehend von der jeweiligen allgemeinen Form werden die Eigenschaften der Graphen herausgearbeitet sowie absolutes und relatives Wachstum unterschieden. Das Vorgehen soll deutlich machen, dass spätere Untersuchungen verschiedener Funktionsklassen einem vergleichbaren Schema unterliegen. Sinnstiftende Darstellungen der Graphen zur Beschreibung verschiedener Anwendungskontexte werden verglichen und selbstständig erstellt. Beim Erkunden von Darstellungsmöglichkeiten spielen die digitalen Werkzeuge eine wichtige Rolle. Die algebraische Berechnung der im Kontext markanten Punktkoordinaten wird deutlich systematisiert, dabei werden unterschiedliche Vorkenntnisse aufgegriffen, so dass eine algorithmische Sicherheit und ein tragfähiges Grundverständnis erworben werden können. Dabei sollen die Untersuchungen linearer Funktionen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden können. Zu den algebraischen Rechentechniken vgl. Bemerkung in E-A1. Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden.

Einführungsphase Lineare Algebra (G)

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Lineare Gleichungssysteme und ihre Einsatzmöglichkeiten (E-G1)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• untersuchen geometrische Sachverhalte mit Hilfe linearer Funktionen,
• stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar,
• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme,
• wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind,
• deuten eindeutige Lösungen von linearen Gleichungssystemen im Anwendungskontext,

Prozessbezogene Kompetenzen (<u>Schwerpunkte</u>):
Problemlösen
Die Studierenden
• erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden).
• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen).
• interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (Reflektieren).

Werkzeuge nutzen
Die Studierenden
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
…Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen,
• reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge.</td><td>Über die Schnittuntersuchungen linearer Funktionen lassen sich Lösungsverfahren linearer Gleichungssysteme (2x2) gezielt betrachten und bekannte Lösungsverfahren und Schreibweisen zusammenführen bzw. neu einüben.

Hier bietet es sich an, Gleichungssysteme im Anwendungskontext zu betrachten (z.B. Mischungsaufgaben) und dabei die Dimension der Gleichungssysteme zu erhöhen. Als systematisches Lösungsverfahren soll der Gauß-Algorithmus in Matrix-Vektor-Schreibweise als gemeinsames verpflichtendes Lösungsverfahren eingeübt werden.

Mit Hilfe digitaler Werkzeuge können auch komplexere Aufgaben gelöst werden. Eine Deutung der angezeigten Lösungen im Anwendungskontext stärkt dabei das Verständnis. An dieser Stelle können Grenzen und Probleme der digitalen Werkzeuge thematisiert werden.

Die Modellierung linearer, quadratischer und einfacher ganzrationaler Funktionen in allgemeiner Form aus gegebenen Punkten zeigt eine weitere Anwendung linearer Gleichungssysteme auf und stellt erneut den Bezug zur Analysis her.</td></tr>
</table>

Einführungsphase Funktionen und Analysis (A) (Teil 2)

<table>
<tr><td colspan="2">Thema: Modellierung und Untersuchung quadratischer Funktionen in Anwendungskontexten (E-A4)</td></tr>
<tr><td>Zu entwickelnde Kompetenzen</td><td>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</td></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden

interpretieren und bestimmen Parameter von linearen und quadratischen Funktionen im Anwendungszusammenhang.
verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von innermathematischen Kontexten und Anwendungskontexten.

Prozessbezogene Kompetenzen (<u>Schwerpunkte</u>):
Modellieren
Die Studierenden

erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren).
ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (Mathematisieren).
beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren).

Problemlösen
Die Studierenden

erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden).
wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen).
vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren).

Werkzeuge nutzen
Die Studierenden

verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
…Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
… zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
… Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle

</td><td>
Die Modellierung quadratischer Funktionen wird im Anwendungskontext motiviert. Die allgemeine Form wird mit Hilfe von linearen Gleichungssystemen (3x3) und der Variation von Parametern erkundet.

Weitere Darstellungsformen und deren Modellierung sowie Betrachtungen der Auswirkungen der Parameter bilden den Schwerpunkt neben der systematischen Untersuchung typischer durch Parabeln modellierten Anwendungssituationen (Brücken-/Tunnelbögen, Flugkurven). Dabei lassen sich auch Funktionsscharen mit Hilfe digitaler Werkzeuge visualisieren.

An verschiedenen Schnittuntersuchungen werden quadratische Gleichungen und ihre Lösungsmengen betrachtet und auch ein hilfsmittelfreier Lösungsweg eingeübt.

Formal genauere Betrachtungen von Parametern bieten nicht nur eine Möglichkeit der Binnendifferenzierung, sondern auch eine gute Gelegenheit, den Studierenden den Unterschied zwischen Grund- und Leistungskurs zu verdeutlichen, was als Entscheidungshilfe bei den anstehenden Kurswahlen sinnvoll ist.
</td></tr>
</table>

Thema: *Ganzrationale Funktionen analysieren – Graphen in Anwendungskontexten interpretieren (E-A5)*

<table>
<tr><th>Zu entwickelnde Kompetenzen</th><th>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</th></tr>
<tr><td>
Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Studierenden
• beschreiben Eigenschaften eines Funktionsgraphen unter Verwendung der Fachbegriffe (Achsenabschnitte, Steigungs- und Krümmungsverlauf, Extrem- und Wendepunkte).
• verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von innermathematischen Kontexten und Anwendungskontexten.
• wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen an und deuten die zugehörigen Parameter.

Prozessbezogene Kompetenzen (<u>Schwerpunkte</u>):
Argumentieren
Die Studierenden
• unterstützen Vermutungen beispielgebunden (Vermuten).
• nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Begründen).
• Überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen).

Werkzeuge nutzen
Die Studierenden
• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
… Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle
• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen.
</td><td>
Die systematische Untersuchung linearer und quadratischer Funktionen wird zur Betrachtung ganzrationaler Funktionen verallgemeinert.
Die Eigenschaften der Graphen ganzrationaler Funktionen werden über die Variation von Parametern herausgearbeitet und Graphen durch Transformationen ineinander überführt.

Ausführliche Beschreibungen des Verlaufs von Graphen in Anwendungskontexten werden eingeübt.

Mit Hilfe der Analysefunktion digitaler Werkzeuge werden markante Stellen (Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte) im Anwendungskontext bestimmt sowie Änderungsraten und Krümmungen gedeutet.

Dabei werden auch die Vorteile und Grenzen der Modellierung durch ganzrationale Funktionen thematisiert (globaler Verlauf, Symmetrien). Ggf. kann eine Modellierung durch Regression (mit Hilfe digitaler Werkzeuge) der schon bekannten Modellierung über Gleichungssysteme gegenübergestellt werden.
</td></tr>
</table>

Thema: *Von der durchschnittlichen Änderungsrate zur Ableitungsfunktion (E-A6)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Studierenden* • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext. • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate. • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten, • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung. • leiten Funktionen graphisch ab. **Prozessbezogene Kompetenzen (<u>Schwerpunkte</u>):** ***Kommunizieren*** *Die Studierenden* • beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren *(Rezipieren)*. • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*. • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und ihrer fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren).* ***Argumentieren*** *Die Studierenden* • stellen Vermutungen auf *(Vermuten).* • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)*. • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie *(Beurteilen).*	Ausgehend von einem Anwendungskontext, bei dem die Änderungsrate eine relevante Größe ist und relativ regelmäßigen Schwankungen unterliegt, werden durchschnittliche Änderungsraten berechnet und als Steigung von Geraden (Sekanten) interpretiert. Hier können verschiedene Fragestellungen im Anwendungskontext diskutiert und Argumentationen hinterfragt werden. Mit Hilfe digitaler Werkzeuge wird der Übergang von der Sekante zur Tangente graphisch simuliert und es werden die jeweiligen Sekanten- und Tangentensteigungen berechnet und in Anwendungskontexten interpretiert. Dadurch kann die Ableitung über die Steigung der Tangente anschaulich nachvollziehbar definiert werden. Durch die Erkundung verschiedener Graphen wird die Ableitung an einer Stelle durch das Aufstellen von den Erkenntnissen entsprechenden Regeln zum Graphen der Ableitung verallgemeinert und das graphische Ableiten eingeübt. Zusammenhänge zwischen den Graphen und ihren Ableitungen werden verbalisiert sowie sowohl innermathematisch als auch in Anwendungskontexten graphisch wie rechnerisch begründet. Ableitungsregeln sollen noch nicht eingeführt werden, so dass die Zusammenhänge frei vom Kalkül thematisiert werden können.

Werkzeuge nutzen *Die Studierenden* • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle …grafischen Messen von Steigungen, • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	